

Universidade de Lisboa – Instituto Superior de Economia e Gestão
Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão
Matemática II
2º Semestre 2015/2016
Teste 2: 7 de Junho de 2016
Duração: 1 hora

Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.

1. Indique, caso exista, um valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ para o qual a função $f(x, y, z) = x^2yz + x^3y^{\alpha-1} + y^2z^\alpha$ é homogénea.
2. Considere a função $f(x, y) = e^x(kx + y^2)$, para $k \neq 0$.
Determine e classifique, em função do valor de k , os pontos críticos da função f .
3. Considere a seguinte equação diferencial: $y'' - 4y' - 5y = 5x$.
 - (a) Prove que $y = e^{5x}$ é solução da equação homogénea associada, sem resolver a equação.
 - (b) Resolva a equação dada.
4. Calcule $\iint_A xe^y dx dy$, sendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 1 \leq y \leq 2\}$.
5. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^2(\mathbb{R})$ e seja $h(x, y) = xf\left(\frac{y}{x}\right)$.

(a) Dado $x \neq 0$, calcule $\frac{\partial h}{\partial x}(x, y)$ e $\frac{\partial h}{\partial y}(x, y)$.

(b) Prove que, para todo $x \neq 0$,

$$x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x, y) + y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x}(x, y) = 0.$$

Cotações:

1	2	3a)	3b)	4	5a)	5b)
2,0	4,0	2,0	3,5	4,0	2,0	2,5